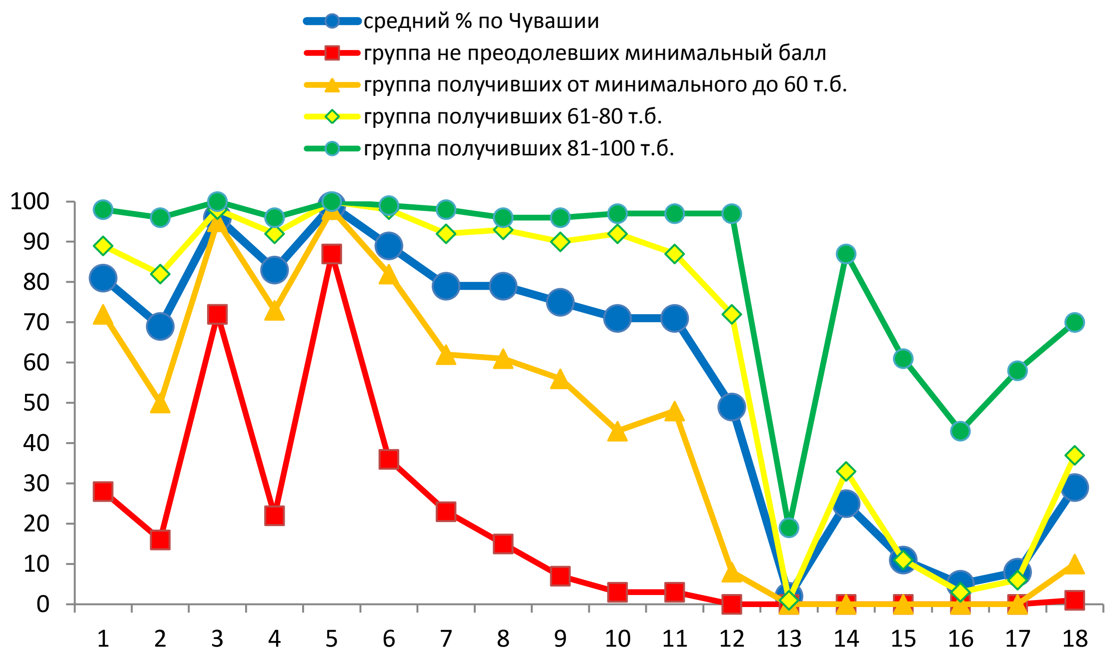
Методический анализ результатов ЕГЭ-2023

по МАТЕМАТИКЕ ПРОФИЛЬНОЙ

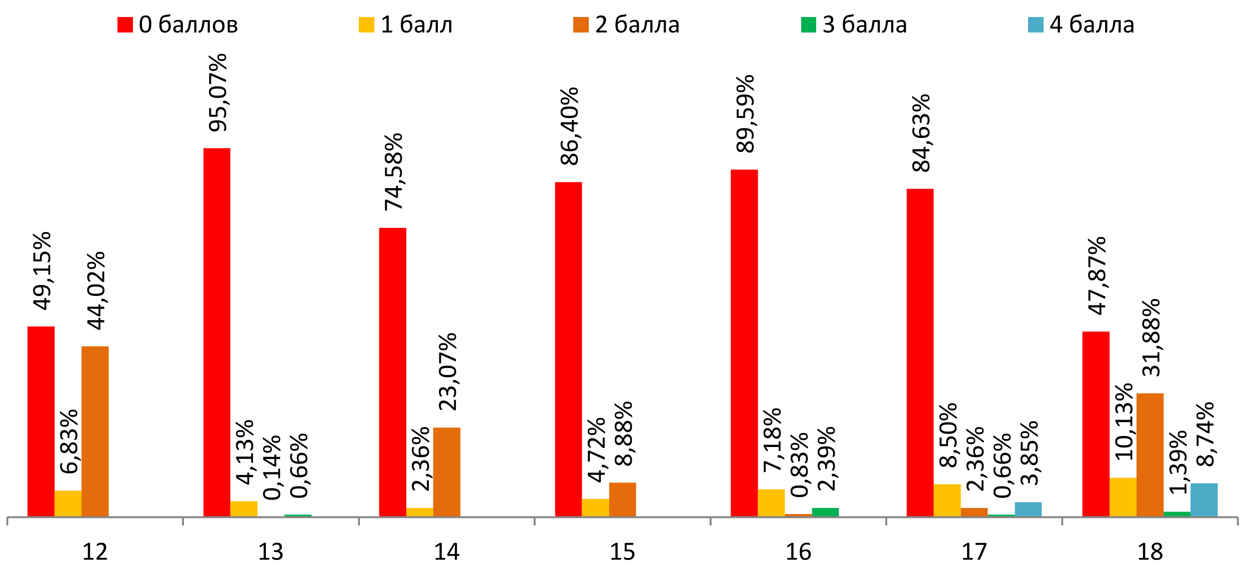
Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации[1]				
			средний	в группе не преодолевших минимальный балл	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
1	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	**81**	28	72	89	98
2	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	**69**	16	50	82	96
3	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	**96**	72	95	98	100
4	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	П	**83**	22	73	92	96
5	Уметь решать уравнения и неравенства	Б	**99**	87	98	100	100
6	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Б	**89**	36	82	98	99
7	Уметь выполнять действия с функциями	Б	**79**	23	62	92	98
8	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	П	**79**	15	61	93	96
9	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	П	**75**	7	56	90	96
10	Уметь выполнять действия с функциями	П	**71**	3	43	92	97
11	Уметь выполнять действия с функциями	П	**71**	3	48	87	97
12	Уметь решать уравнения и неравенства	П	**49**	0	8	72	97
13	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	П	**2**	0	0	1	19
14	Уметь решать уравнения и неравенства	П	**25**	0	0	33	87
15	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	П	**11**	0	0	11	61
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	П	**5**	0	0	3	43
17	Уметь решать уравнения и неравенства	В	**8**	0	0	6	58
18	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	В	**29**	1	10	37	70

[1]Вычисляется по формуле $p = \frac{N}{nm} \cdot 100\%$, где N – сумма первичных баллов, полученных всеми участниками группы за выполнение задания, n – количество участников в группе, m – максимальный первичный балл за задание.

Выполнение заданий КИМ ЕГЭ-2023 по математике профильного уровня выпускниками общеобразовательных организаций Чувашской Республики, %



Выполнение заданий с развернутым ответом КИМ ЕГЭ-2023 по математике профильного уровня выпускниками общеобразовательных организаций Чувашской Республики, %



Из анализа динамики решаемости заданий ЕГЭ за последние два года можно сделать следующие выводы.

1) Стабильно высокую решаемость имеют задания №1-5. Эти темы школьниками в целом усвоены хорошо. Так же большой процент решаемости задачи 6, 7, 8 (на умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, применение межпредметных связей при решении).

2) Значительное уменьшение решаемости можно отметить в задании №6 (на 11%) (уметь исследовать графики функций) и № 8 (решать текстовые задачи). Объяснить это можно тем, что геометрические задачи стали вызывать большие затруднения при решении.

3) По заданиям №10 и 11 произошло уменьшение числа процентов выполнивших. Это означает, что тема «Уметь выполнять действия с функциями» школьниками усвоена недостаточно хорошо, кроме учеников, получивших более 80 баллов.

Проанализируем решения задач второй части и ошибки, допущенные при решении задач с развернутым ответом (для анализа используются задачи варианта № 310).

Задание №12 (2 балла – 44%, 1 балл – 6,8%).

а) Решите уравнение

$$\cos x \cdot \cos 2x = \sqrt{2}\sin^2 x + \cos x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

Как обычно, много ошибок было сделано при решении простейших тригонометрических уравнений, а также при неверном использовании формул, потери знаков при переносе слагаемых в другую часть уравнения, свойств четности и нечетности тригонометрических функций. Вновь обращаем внимание учителей на то, что при решении и оформлении этой задачи необходимо учитывать жесткость критериев оценивания. Любые ошибки, допущенные в тригонометрических формулах, в нахождении значений тригонометрических функций, не относятся к вычислительным. Если ученик неверно применяет формулу или путается в табличных значениях функций, то это наверняка приводит к получению им нуля баллов за эту задачу, независимо от степени продвижения при решении и даже правильного отбора корней в части "б)", при неверно найденных корнях в части "а)".

Задание №13 (3 балла – 0,66%, 2 балл –0,14%, 1 балл – 4,46%).

В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD=3$ и $BC=2$. Точка M делит ребро A_1D_1 в отношении $A_1M:MD_1=1:2$, а точка K — середина ребра DD_1.

а) Докажите, что плоскость MKC параллельна прямой BD.

б) Найдите тангенс угла между плоскостью MKC и плоскостью основания призмы, если $\angle MKC=90°$, $\angle ADC=60°$.

В задании № 13 пункты а и б оцениваются независимо друг от друга: даже если ученик не доказал утверждение а) или доказал его неверно, но при этом использует это утверждение при решении б), то он может получить за п. б 1 балл. Заметим, что каждый из пунктов а) и б) оценивается в 1 и 2 балла соответственно, который выставляется при правильном решении и верном ответе в пункте. При решении задачи ученик имеет право пользоваться любыми известными ему формулами, в том числе и формулами аналитической геометрии; кроме того, он имеет право записать правильный ответ в любой форме, округлять ответ не нужно.

В задании 2023 года геометрическая задача была выполнена на 0,66 %, что существенно ниже результата 2022 года, что объясняется как сложностью геометрической задачи, так и ухудшением геометрических навыков и знаний в целом.

Задание №14 (2 балла –23%, 1 балл –2,4%).

Решите неравенство $\log_{0,5}\left(x^3-3x^2-9x+27\right)\le\log_{0,25}(x-3)^4$.

В задании № 14 ученик должен максимально грамотно решить неравенство с помощью равносильных переходов, учитывая ограничения, правильно применять метод интервалов, показать переход к системам или совокупностям неравенств.

Здесь важно понимать, что если ученик сводит решение задачи к решению некоторой системы неравенств, и при этом в этой системе хотя бы одно из неравенств решено неверно (не из-за вычислительной ошибки), то это не позволяет применить критерии оценивания задачи даже на 1 балл.

При этом ученик может допустить не более одной вычислительной ошибки (тогда оценка будет снижена до 1 балла); при наличии хотя бы двух вычислительных ошибок выставляется 0 баллов.

Наибольшее количество ошибок в решении этой задачи связано именно с неверным решением квадратных неравенств, неполное или неверное ОДЗ. Все это привело к значительному (в два раза) ухудшению результатов выполнения задания по сравнению с предыдущим годом, что подтверждает наличие пробелов при решении именно логарифмических неравенств.

Задание №15 (2 балла – 9%, 1 балл – 4,7%).

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 500 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг будет возрастать на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
— в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
— в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
— к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.
Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1250 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2035 году?

Для получения 1 балла ученик должен свести сюжетное условие задачи к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи – именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п.; иными словами, ему нужно построить математическую модель задачи и указать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла будет выставлена, если решение доведено до ответа и получен верный ответ. Экономическая задача в 2023 году сводилась к формуле дифференцированных платежей, причем остатки долга уменьшаются на различные величины, что надо учитывать при построении математической модели. Это усложнение в условии оказалось непонятным многим ученикам, что снизило процент решивших в 4 раза по сравнению с предыдущим годом, и показывает во многом шаблонность подхода к решению таких задач. При правильно построенной модели вычисления были несложные, поэтому промежуточных баллов (1 балла) мало.

Задание №16 (3 балла – 2,4 %, 2 балла – 0,8%, 1 балл – 7%).

Прямая, перпендикулярная стороне BC ромба $ABCD$, пересекает его диагональ AC в точке M, а диагональ BD в точке N, причём $AM:MC=1:2$, $BN:ND=1:3$.

а) Докажите, что прямая MN делит сторону ромба BC в отношении $1:4$.

б) Найдите сторону ромба, если $MN=\sqrt{6}$.

При решении этой задачи необходимо предъявить правильный рисунок, наличие ясного понимания геометрических конфигураций искомых объектов, верного описания или предъявления этих конфигураций, и грамотно проведённых рассуждений и вычислений. Писать решение слишком подробно, со ссылкой на все используемые теоремы, не нужно. Ученикам нужно лишний раз напомнить о том, что все рисунки и записи на ЕГЭ делаются только черной гелевой ручкой, как бы ни хотелось для достижения наглядности чертежа воспользоваться чем-то еще.

Решаемость этого задания на уровне прошлого года, без особых изменений. Доказательство а) выполнялось как путем рассмотрения подобных треугольников, так и с применением теоремы Менелая. Пункт б) тоже содержал как вычислительные ошибки, так и необоснованные утверждения.

Задание №17 (4 балла –3.8%, 3 балла – 0,7 %, 2 балла – 0,76%, 1 балл – 8,5%).

Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}\left(x^2-5x-y+3\right)\cdot\sqrt{x-y+3}=0,\\ y=ax+a\end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Последние два задания КИМ позиционируются составителями как наиболее сложные и ориентированные на учащихся с высоким уровнем математической подготовки. Соответственно, к решению этой задачи приступало сравнительно небольшое число учащихся.

В этом году задача опять была, с одной стороны, визуально сложной, иррациональное уравнение с ОДЗ, причем подавляющее большинство учеников решали систему графически, переходя к рассмотрению параболы, прямой, пучка прямых с учетом ограничения полуплоскостью. Это выполнили 8,5%, что значительно выше результатов прошлого года.

Довести до конца все рассуждения получилось у 3,8%, что примерно соответствует прошлогоднему значению.

Задание №18 (4 балла – 8,7%, 3 балла – 1,4%, 2 балла – 31,88%, 1 балл – 10,1%).

Из пары натуральных чисел $(a; b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(a + b; a - b)$.

а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100; 1)$ пару, большее число в которой равно 400?

б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100; 1)$ пару $(806; 788)$?

в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a; b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(806; 788)$?

Содержательно задание №18 проверяет в первую очередь не уровень математической (школьной) образованности, а уровень математической культуры, умения устанавливать метапредметные связи.

Особенности задачи №18 не позволяют делать каких-либо статистических выводов при сравнении ее решаемости в течение нескольких лет: эта задача близка к олимпиадным по своей тематике и логике решения, поэтому уровень сложности этих задач очень сильно разнится от года к году и от этапа к этапу.

Отметим, что построение примера в пункте а) оказалось очень доступным по сравнению с предыдущим годом, при доказательстве пункта б) достаточно было привести пример последовательности действий, демонстрирующий недостижимость нужного результата, прием работает в пункте в), поэтому количество получивших 1-2 балла в разы выше результатов 2022 года, причем было значительное количество работ, в которых ученик брался только за 18 задачу, что бывает вообще редко.

При решении же пункта в) требовалось обоснование наименьшего числа ходов, это уже требовало математически грамотных обоснований, но и с этим справилось 8,7%, что сильно превысило значения прошлого года.

Предложенные на ЕГЭ задания в целом соответствуют образовательной программе среднего образования. Однако, ряд заданий, геометрические задачи и задачи повышенной сложности (например, с параметрами) являются довольно сложными, особенно для учащихся сельских школ и непрофильных классов, в которых подобные задачи даже не рассматриваются. Следовательно, у учеников нет достаточного опыта работы с этими заданиями. Геометрические задачи являются слабым местом выпускников на протяжении многих лет, так как они требуют хорошего знания теоретического материала.

- *Выводы об изменении успешности выполнения заданий разных лет по одной теме / проверяемому умению, виду деятельности (если это возможно сделать).*

1) Задача 14 решена существенно хуже в силу наличия ОДЗ, необходимости учитывать равносильные переходы при решении логарифмических неравенств.

2) Экономическая задача № 15 решена существенно хуже в силу неожиданных усложнений в условии при построении модели.

3) В задаче 17 увеличился процент школьников, которые довели решение до конца геометрическим методом, так как в последние годы школьники натренировали навык решения задач с параметрами.

4) 18 задача оказалась посильной намного большему количеству решающих благодаря несложным рассуждениям при построении примеров.